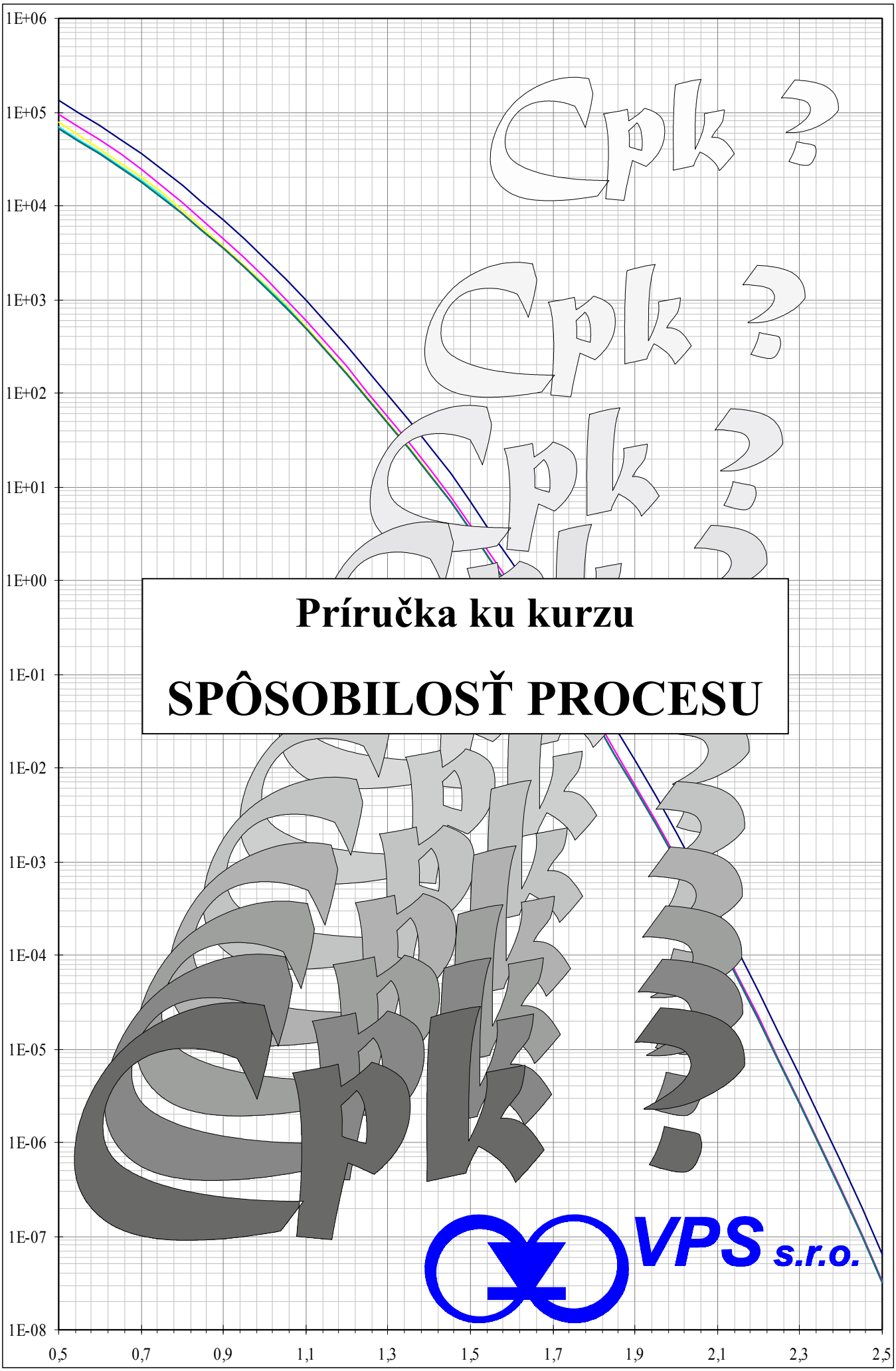


Príručka ku kurzu

SPÔSOBILOSŤ PROCESU

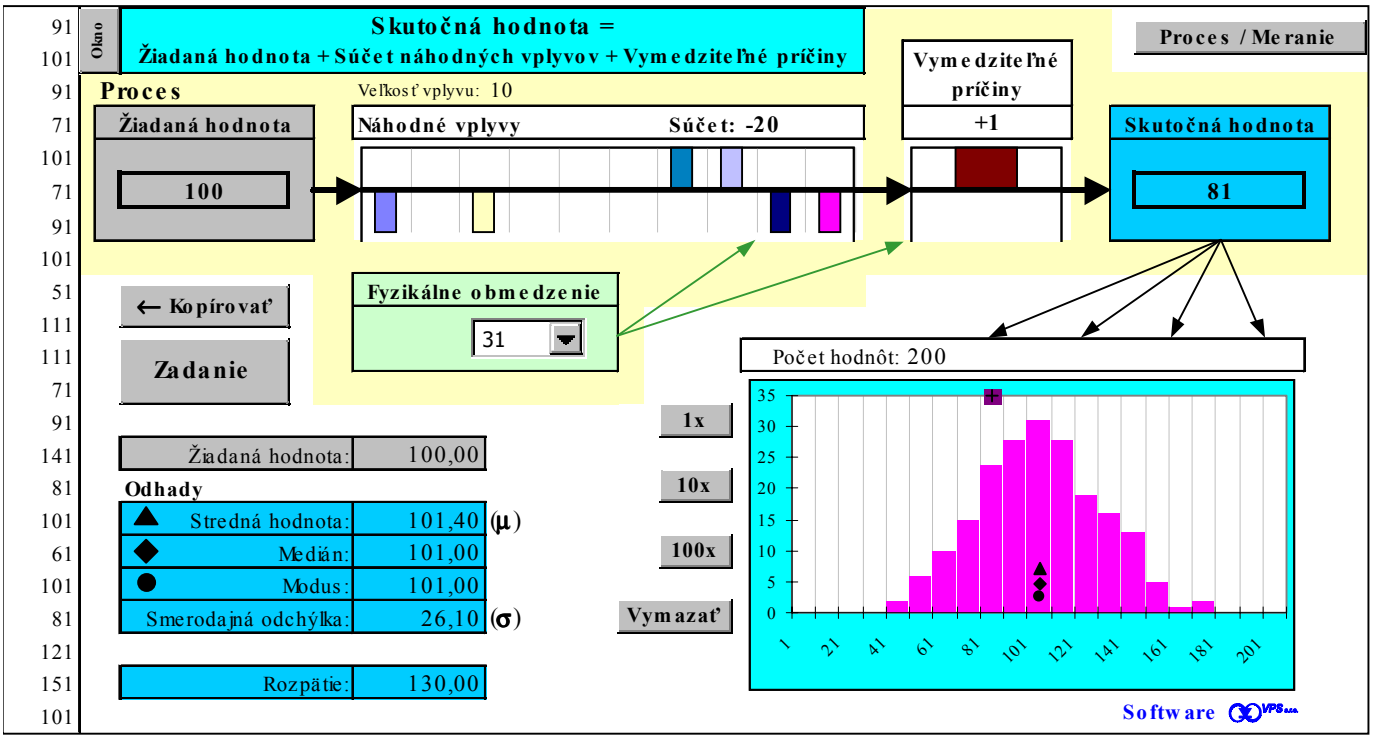
ÚVOD

Z noriem a inej literatúry je známych mnoho postupov, ako stanoviť spôsobilosť procesu. Existuje mnoho indexov spôsobilosti od Cp, Cpk až po rôzne robustné indexy. Technológovia poznajú vzorce, podľa ktorých môžu indexy vypočítať. Indexy požadujú zákazníci od dodávateľov, výrobcovia ich používajú ako reklamu. V tejto záplave Cp, Cpk často uniká ich skutočný zmysel. Zabúda sa na skutočnosť, že sú to štatistické hodnoty.

Kurz - SPÔSOBILOSŤ PROCESU - nie je zameraný na naučenie noriem, postupov a vzorcov, ale na ich interpretáciu. Jeho cieľom je pochopenie významu čísel, ktoré sú výsledkom výpočtov. Preto v tejto príručke nenájdete definície, odvodenia vzorcov alebo ustanovenia noriem.

Počas kurzu budeme používať simulátor procesu (súbor SIMULA.XLS). Chceme, aby ste prostredníctvom simulácie videli, ako vznikajú jednotlivé hodnoty charakteristík, aký vplyv má meranie, čo je to stabilita. Aby ste si mohli vlastné poznatky zaznamenať, je v príručke miesto pre poznámky.

Rozdelenie (1)



Na výrobok v technologickom procese pôsobí mnoho nežiadúcich vplyvov. Spôsobujú, že skutočná hodnota sledovanej charakteristiky je viac alebo menej odlišná od žiadanej (cieľovej, target) hodnoty. Väčšina vplyvov pôsobí náhodne, neočakávane -náhodné vplyvy- (*Common Causes*), iné istým spôsobom „pravidelne“ alebo systematicky -systematické vplyvy (*Special Causes*).

Dôsledkom pôsobenia náhodných vplyvov je rozloženie hodnôt, ktoré má svoje zákonitosti -ROZDELENIE- (*Distribution*) a dá sa matematicky popísať. Systematické vplyvy spôsobujú rôzne deformácie rozdelení. Ich pôsobenie je možné v šume náhodných vplyvov rozoznať alebo vymedziť, preto im hovoríme aj vymedziteľné príčiny.

Dôležitým systematickým vplyvom je fyzikálne obmedzenie. Napríklad hmotnosť nemôže byť menšia ako nula, priemer hriadeľa nemôže byť väčší ako priemer polotovaru, z ktorého bol vyrobený, minimálne napätie na dióde v priepustnom smere je dané štruktúrou materiálu (kremíka) atď..

Rozdelenie, ktoré vzniká iba v dôsledku veľkého množstva malých náhodných vplyvov bez fyzikálnych obmedzení, sa v štatistike nazýva NORMÁLNE[1] rozdelenie (od slova „norma“). Vplyvom fyzikálnych obmedzení často vzniká LOGARITMICKÉ NORMÁLNE[2] rozdelenie.

Rozdelenia sú určené svojimi parametrami. Parametre normálneho rozdelenia sú STREDNÁ HODNOTA[1] - μ (*Mean*) a SMERODAJNÁ ODCHÝLKA[1] - σ (*Standard Deviation*). Hodnota σ^2 sa nazýva ROZPTYL (*Variance*). Použitie σ je výhodné, pretože má rovnaký rozmer ako sledovaná charakteristika (meter, kilogram). σ^2 má rozmer druhej mocniny (m^2, kg^2), ale matematicky sa s touto hodnotou ľahšie pracuje. μ je hodnota, okolo ktorej sú ostatné hodnoty rozložené. Šírku rozloženia -VARIABILITU- (*Variability*) vyjadruje σ alebo σ^2.

Rozdelenie (2)

Súbor hodnôt sledovanej charakteristiky všetkých výrobkov, ktoré môžu vzniknúť, sa nazýva ZÁKLADNÝ SÚBOR (*Population*). Základný súbor je obyčajne nekonečný.

Okrem spomínaného parametra μ sa na vyjadrenie polohy centra rozdelenia v štatistike používajú hodnoty MEDIÁN (*Median*) a MODUS (*Mode*).

Medián

Medián je hodnota ktorá rozdeľuje rad hodnôt usporiadaných podľa veľkosti na dve rovnaké časti.

Modus

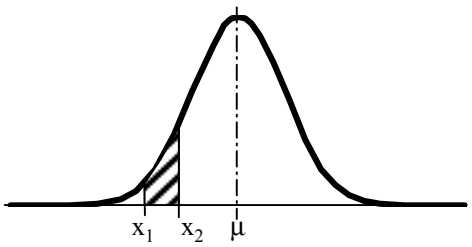
Modus je taká hodnota, ktorá sa najčastejšie vyskytuje.

Napríklad v konečnom základnom súbore 5; 8; 7; 7; 8; 7; 6; 7; 9; 5; 1; 4; 4 je modus 7, pretože hodnota 7 sa vyskytuje najviac. Stredná hodnota je 6 a je určená aritmetickým priemerom. V rade usporiadanom podľa veľkosti 1; 4; 4; 5; 5; 6; **7**; 7; 7; 7; 8; 8; 9 je 6 hodnôt vľavo od zvýraznenej sedmičky a šesť hodnôt vpravo. Mediánom teda bude číslo 7.

Pre nekonečné základné súbory nie je možné použiť vo výpočtoch všetky hodnoty, preto štatistické parametre môžeme iba odhadovať pomocou výberov konečnej veľkosti (*Sample*).

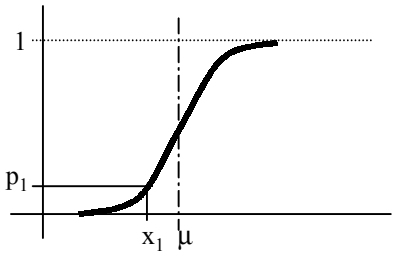
V praxi sa málo používa modus, pretože jeho odhadovanie je matematicky náročné.

Rozdelenie môžeme graficky znázorniť pomocou histogramu (napr. EXCEL a iné). Matematicky by sme mohli popísať rozdelenie krivkou, ktorá spája vrcholy tried histogramu. Zužovaním tried na nekonečne malú šírku dostaneme teoretickú krivku (pre normálne rozdelenie je to známa Gaussova krivka[1]), ktorej matematický tvar sa nazýva ROZDELENIE HUSTOTY PRAVDEPODOBNOSTI (*Density Function*). Rovnakým postupom, ale s kumulatívnym histogramom, dostaneme iný popis rozdelenia - DISTRIBUČNÚ FUNKCIU (*Distribution Function*).



Rozdelenie hustoty pravdepodobnosti

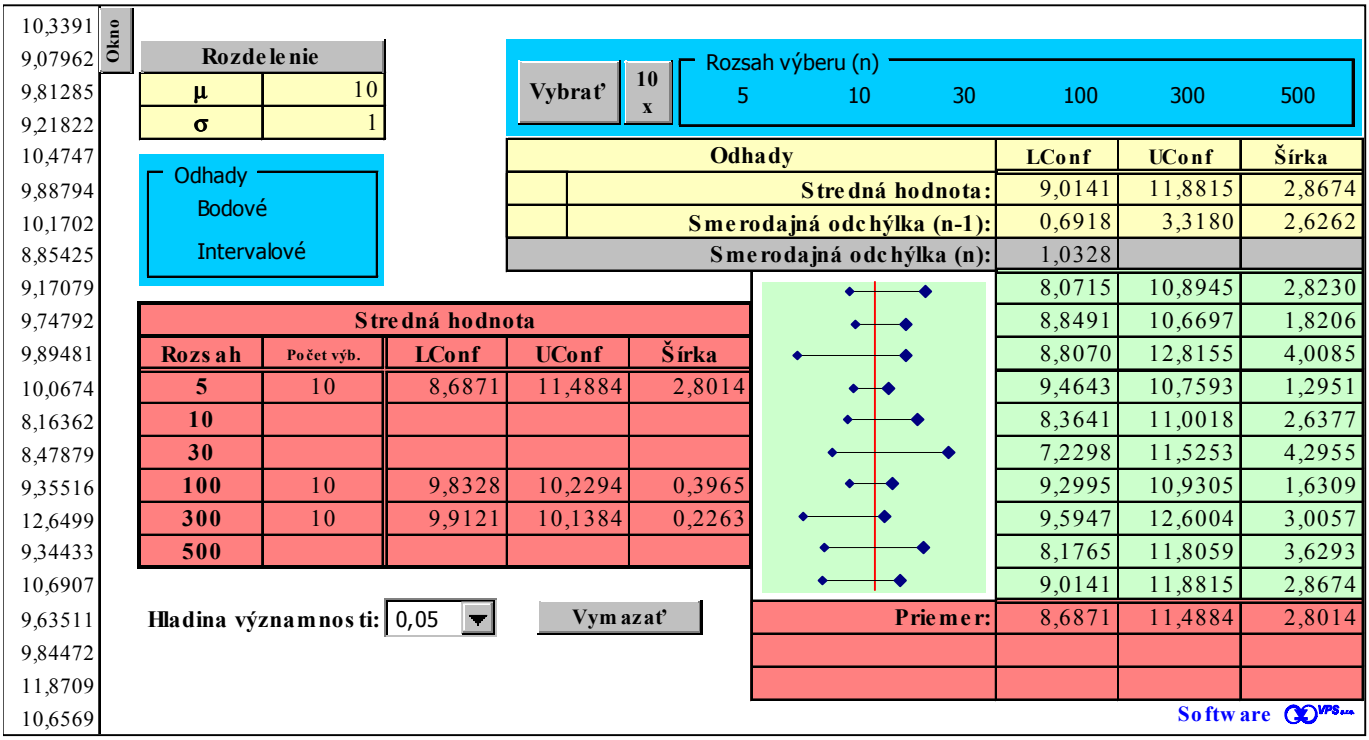
Šrafovaná plocha znamená pravdepodobnosť, že vznikne hodnota v intervale (x_1; x_2).



Distribučná funkcia

p_1 znamená pravdepodobnosť, že vznikne hodnota menšia ako x_1.

Odhady



Spomínali sme, že štatistické parametre nekonečných základných súborov možno len odhadovať pomocou výberov. Výber hodnôt musí byť taký, aby rozloženie hodnôt vo výbere reprezentovalo rozloženie v základnom súbore - výber musí byť reprezentatívny. Najlepší spôsob ako to dosiahnuť, je urobiť výber NÁHODNÝ (*Random*). Potom odhadom parametrov základného súboru budú tzv. výberové parametre. Teda odhadom strednej hodnoty bude VÝBEROVÝ PRIEMER (*Average*), odhadom smerodajnej odchýlky bude VÝBEROVÁ SMERODAJNÁ ODCHÝLKA (*Standard Deviation*). Grafickým znázornením distribučnej funkcie bude VÝBEROVÁ DISTRIBUČNÁ FUNKCIA (*Sample Distribution*).

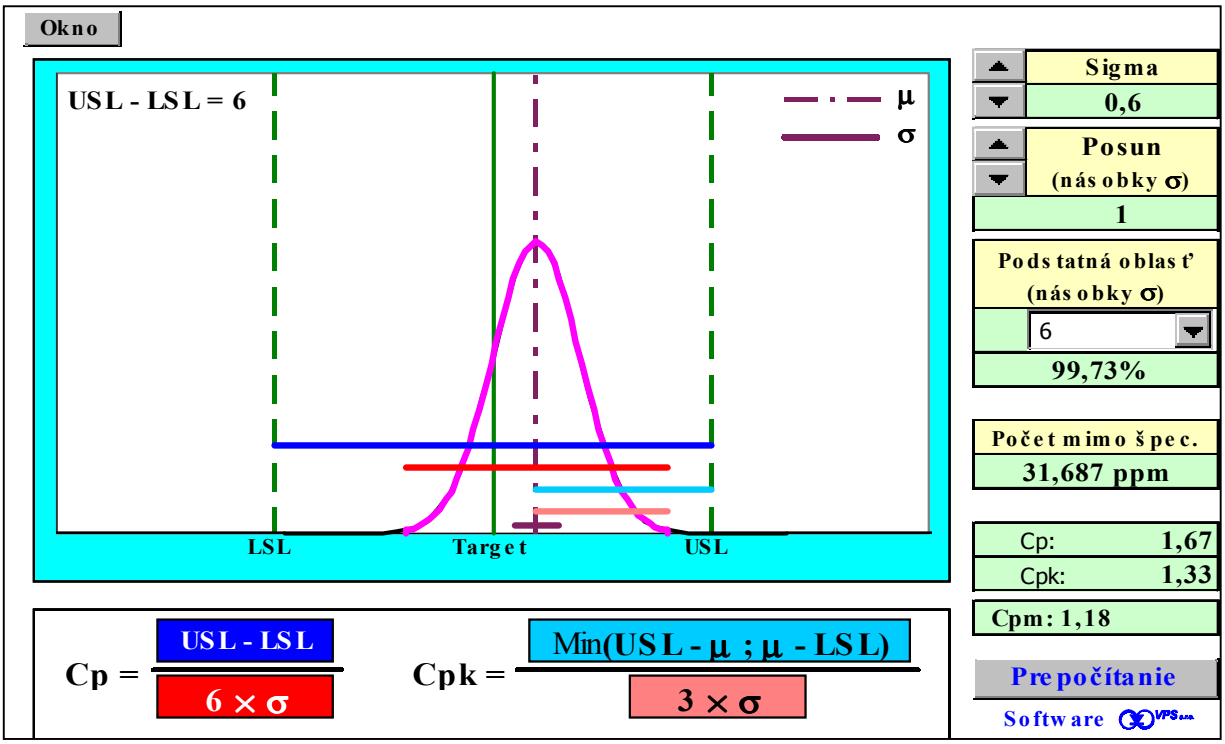
Odhad môže byť realizovaný ako jedno číslo, jeden bod, teda BODOVÝ ODHAD[3] (*Point Estimation*). Výhoda bodového odhadu je, že jeho interpretácia je jednoduchá (napríklad priemer považujeme priamo za strednú hodnotu) a možno ho ľahko použiť v ďalších výpočtoch. Nevýhodou bodového odhadu je, že z jeho hodnoty nemáme žiadnu informáciu o dôveryhodnosti odhadu.

Z hľadiska dôveryhodnosti je lepšie určovať interval- KONFIDENČNÝ INTERVAL (interval spoľahlivosti, *Confidence Interval*), v ktorom sa bude hľadaný parameter nachádzať, s vopred určeným rizikom omylu. Riziko omylu určujeme v štatistike hodnotou HLADINA VÝZNAMNOSTI - α (*Significance Level*) . α je číslo od 0 do 1 a znamená pravdepodobnosť, že určený interval neobsahuje hľadaný parameter. Vyjadrené v percentách to znamená že priemerne v $\alpha \times 100\%$ prípadoch sa pomýlime.

V technickej praxi obycajne pripúšťame priemerne 5% omylov, teda pri intervalových odhadoch a iných štatistických výpoctoch pouzívame hladinu významnosti 0,05. V oblastiach, kde od nášho rozhodovania závisí napr. zdravie ludí (testovanie liekov), pouzívame hladinu významnosti 0,01 alebo ešte menšiu.

Konfidencný interval sa rozširuje so znizovaním hladiny významnosti a zuzuje so zväčšovaním rozsahu výberu. V beznej praxi by rozsah výberu nemal byt menší ako 25. 125 hodnôt dáva uz dost spolahlivé odhady. Viac ako 300 hodnôt je nutných len v špeciálnych prípadoch.

Cp, Cpk



Indexy Cp a Cpk vyjadrujú schopnosť procesu splniť požiadavku zákazníka. Cp - nazývaný aj potenciál spôsobilosti hodnotí len pomer variability procesu k špecifikácii zákazníka. Nevšíma si odchýlku strednej hodnoty od žiadanej hodnoty (*Target*). Navyše Cp je možné vypočítať len v prípade obojstrannej špecifikácie. Tieto nevýhody odstraňuje index Cpk. Ako vidno zo vzorca Cpk je vlastne Cp pre tú stranu špecifikácie, kde je posunutá stredná hodnota (horšia strana). Cp aj Cpk je jednoduché vypočítať. Interpretácia týchto čísel ako INDEXOV SPÔSOBILOSTI je však možná len za istých podmienok:

- Proces musí byť štatisticky stabilný.
- Proces musí mať normálne rozdelenie.
- Výpočet musí byť doplnený rozsahom výberu alebo, čo je lepšie, musí byť urobený intervalový odhad indexov Cp a Cpk.

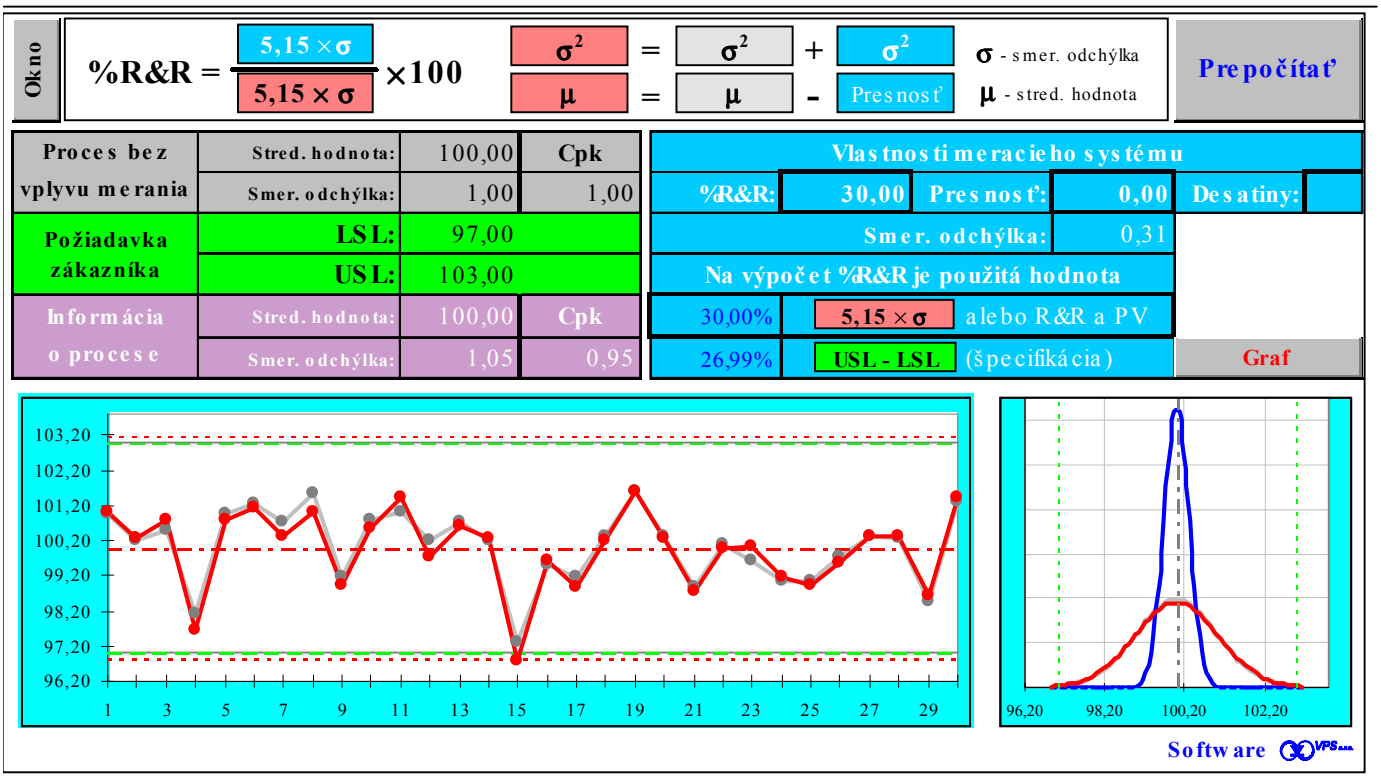
Ďalšou vlastnosťou Cpk je, že nevystihuje spôsobilosť procesu v prípadoch, keď je variabilita procesu veľmi nízka, ale stredná hodnota je posunutá príliš blízko k dolnej alebo hornej medzi. Vtedy môže byť hodnota Cpk vysoká aj pri malej spokojnosti zákazníka. Táto nepríjemná vlastnosť Cpk je odstránená indexom Cpm[5].

Ak proces nemá normálne rozdelenie, používajú sa iné spôsoby vyjadrenia spôsobilosti. Jednoduché riešenie je v prípade log-normálneho rozdelenia pomocou transformácie na normálne rozdelenie[2]. V iných prípadoch možno použiť výpočet pomocou neparametrických alebo robustných metód.

Keď je výstupom procesu viac charakteristík (viac rozmerov na jednom výrobku a pod.), je potrebné v niektorých prípadoch použiť viacrozmerné štatistické metódy.

V žiadnom prípade nie je možné počítať žiadne všeobecné indexy spôsobilosti. Cp, Cpk, Cpm a iné sa vždy vzťahujú na konkrétny proces, niekedy až na konkrétny stroj (operáciu).

R&R



Z predchádzajúcich častí je zrejmé, že je veľmi dôležité mať dobré informácie o variabilite procesu. Informácie o procese získavame najčastejšie nejakým meracím systémom. Meranie je ale tiež akýsi proces zaťažený variabilitou. Otázka znie, či merací systém cez svoju vlastnú variabilitu „vidí“ variabilitu procesu.

Štúdia spôsobilosti meracieho systému porovnáva variabilitu meracieho systému s variabilitou procesu

Výsledkom porovnania je hodnota %R&R. Keď je %R&R<10%, merací systém nás spoľahlivo informuje o tom, čo sa deje v procese. Možno ho použiť napr.pre účely SPC. Pre %R&R od 10% do 30% je síce informácia meracieho systému dobrá, ale občas, v jednotlivých prípadoch, sa môže prejaviť vlastná variabilita. Takéto meracie systémy nie je vhodné používať pre účely SPC. Môžu sa však dobre použiť napríklad v prípadoch, kde sa používa priemer z viacerých meraní. %R&R nad 30% znamená, že merací systém si začína „vymýšľať“. To, o čom nás informuje, nie je obraz procesu. Meracie systémy s %R&R nad 30% by sa nemali používať.

Z praktických skúseností vieme, že prvé zistenie %R&R nad 30% nemusí vždy znamenať, že meracie zariadenie patrí do koša. Veľakrát stačí upraviť návodku na meranie, alebo vyškoliť operátorov.

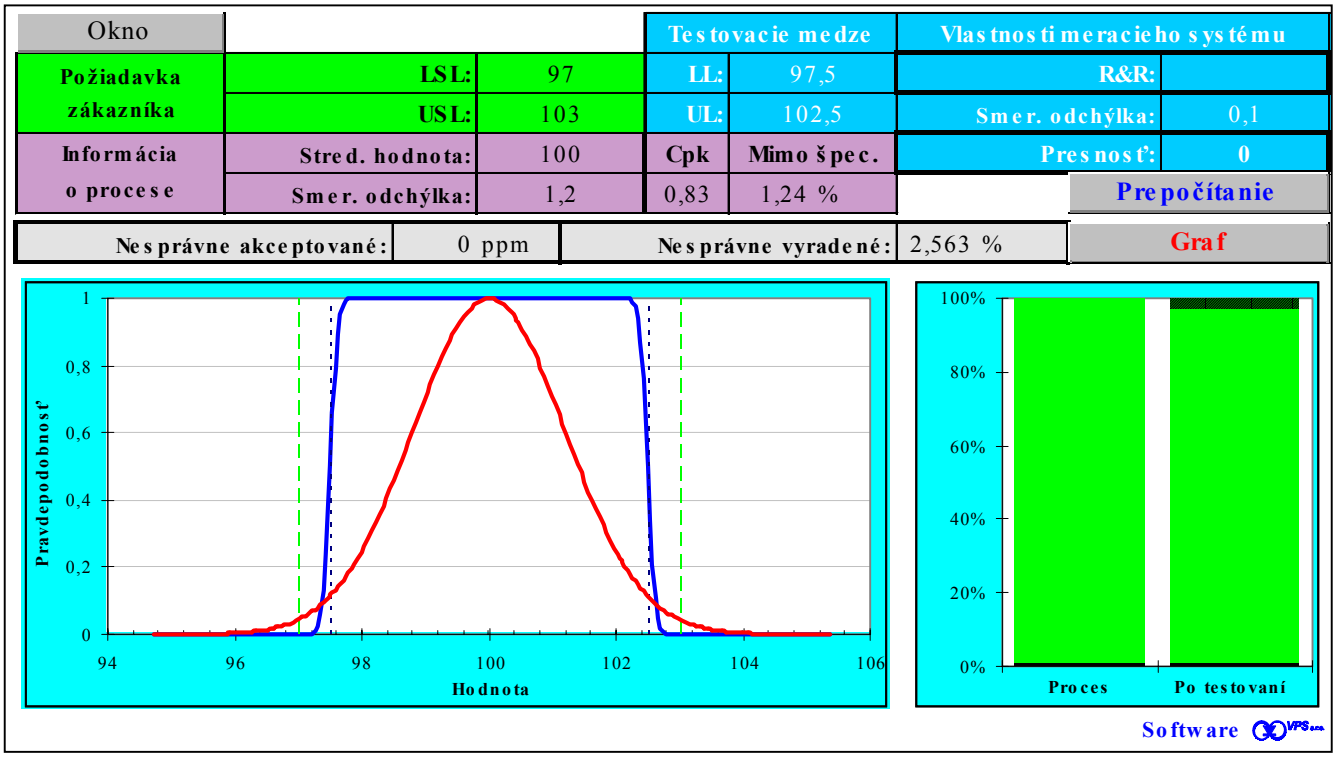
Formulár pre R&R v doplnku CPK umožňuje voliť počet meraní. Prax by mala byť taká, že zvolíme maximálny počet a iba výnimočne, keď je to veľmi drahé alebo časovo náročné, obmedzujeme počet vzoriek alebo operátorov. Treba si uvedomiť, že R&R je štatistický parameter a jeho hodnotu vlastne len odhadujeme. A pre odhady platí: „Čím viac hodnôt, tým dôveryhodnejšie odhady“.

Keď už z nejakých dôvodov musíme znižovať počet meraní, musí platiť, že počet operátorov × pocet vzoriek je väčší ako 15.

Spôsobilý merací systém musí okrem hodnoty %R&R spĺňať aj ďalšie kritériá:

- Počet úrovní vstupných hodnôt musí byť najmenej 10.
- Počet úrovní vypočítaných rozpätí (vo formulári v riadkoch „R“) musí byť viac ako 3.
- Nulových rozpätí môže byť najviac 25%.

GPC



Tester je merací systém, ktorý hodnotí výrobky spôsobom Dobrý / Zlý. Ideálny tester vyradí všetky výrobky, ktorých charakteristika je mimo špecifikácie, ostatné akceptuje. Reálny tester, tak ako každý iný merací systém, je zaťažený vlastnou variabilitou. To sa prejaví vtedy, keď je hodnota testovanej charakteristiky blízka medzi špecifikácie. Takúto hodnotu tester niekedy vyradí, inokedy akceptuje. Úlohou štúdie GPC (Krivka účinnosti testera, *Gage Performance Curve*) je zistiť práve tieto pomery.

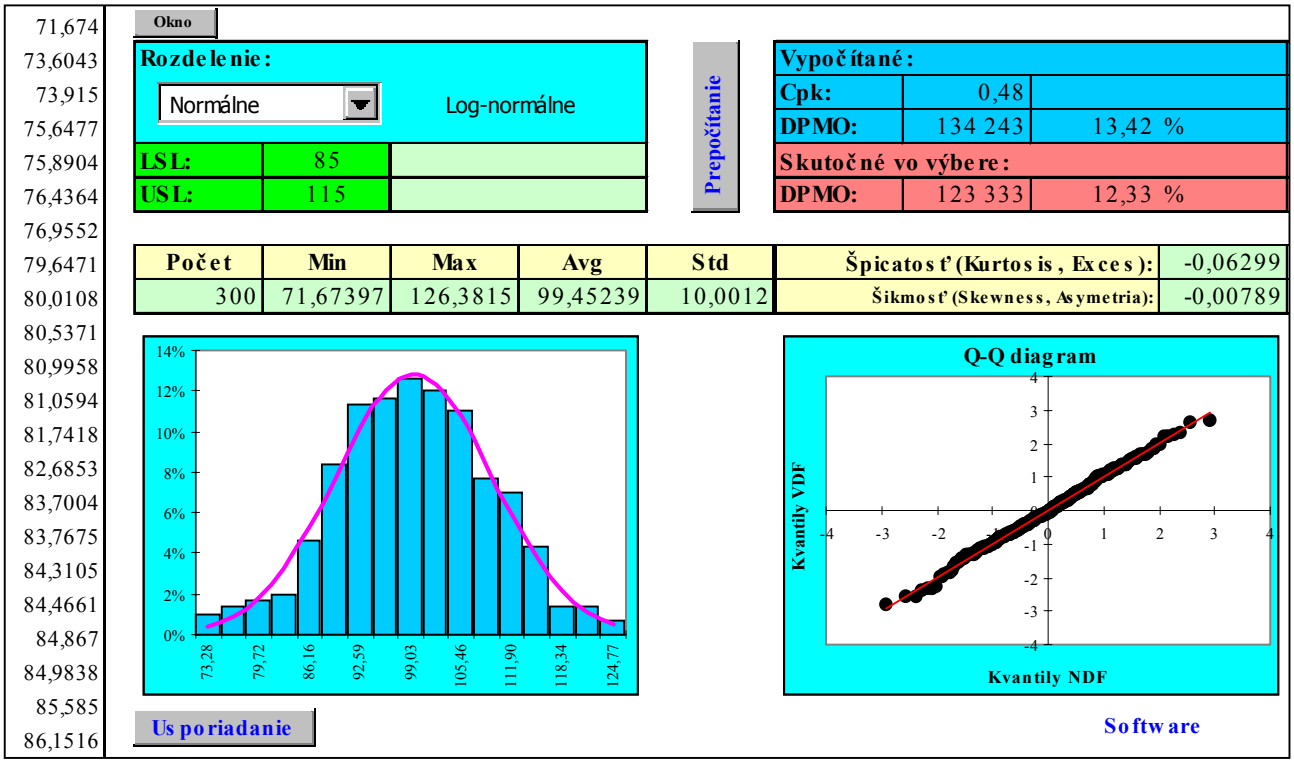
V doplnku CPK je formulár pre GPC. Po zadaní nameraných hodnôt bude vypočítaná a v grafe zobrazená krivka, ktorá vyjadruje pravdepodobnosť, či istá hodnota bude akceptovaná. Krivka je charakteristickou vlastnosťou testera, ale sama o sebe veľa nehovorí. Tak ako v metóde R&R, bude potrebné túto vlastnosť testera dať do súvislosti s parametrami konkrétneho procesu.

Po zadaní strednej hodnoty a smerodajnej odchýlky procesu, budú vypočítané dve dôležité hodnoty:

- percento nesprávne akceptovaných výrobkov (dostanú sa k zákazníkovi)
- percento nesprávne vyradených výrobkov (zvyšujú straty)

Dôležité je, aby množstvo nesprávne akceptovaných a súčasne aj množstvo nesprávne vyradených výrobkov bolo čo najmenšie.

Normalita (1)



V časti o Cp, Cpk sme spomínali dôležitý predpoklad pre správnu interpretáciu týchto indexov, a to NORMALITU (*Normality*) rozdelenia. Štatistika ponúka množstvo nástrojov na skúmanie tohoto problému. Princíp spočíva v hľadaní dôkazov o tom, že výber (pracujeme vždy s výberom a rozhodujeme o základnom súbore) nemohol by odobratý zo základného súboru, ktorý má normálne rozdelenie. Ak také dôkazy nájdeme, prehlásime, že základný súbor nemá normálne rozdelenie. V opačnom prípade pokladáme rozdelenie za normálne. Predpokladu, že základný súbor má normálne rozdelenie, hovoríme v štatistike HYPOTÉZA H0. Opačnému predpokladu hovoríme HYPOTÉZA H1. Testom sa pokúšame zamietnuť hypotézu H0.

Podobne ako pri odhadoch, aj pri testovaní hypotéz existuje isté riziko omylu dané hladinou významnosti α. Je to pravdepodobnosť zamietnutia pravdivej hypotézy H0 - chyba prvého druhu. V prípade, že nezamietneme nepravdivú hypotézu H0, dopúšťame sa chyby druhého druhu. Jej vyčíslenie je zložitejšie, ale platí, že riziko tejto chyby rastie, ak klesá hladina významnosti. Naopak, toto riziko klesá, keď rastie množstvo informácií. Množstvo informácií v štatistike hodnotíme POČTOM STUPŇOV VOĽNOSTI (*Degrees of Freedom*) n-1, kde n je rozsah výberu.

Existujú grafické a číselné testy normality. Grafické testy sú subjektívne, ale ľahko pochopiteľné a názorné. Napríklad na Q-Q diagrame hodnotíme, či body výberovej distribučnej funkcie ležia na priamke. Čím väčšie odchýlky, tým viac dôkazov na zamietnutie hypotézy H0. Otázka je, čo považovať za odchýlku. Je to záležitosť skúseností. Na nasledujúcich obrázkoch je znázornené, ako sa rôzne „nenormality“ prejavujú v Q-Q diagrame.

Číselné testy síce nie sú subjektívne, ale chúlostivé na rôzne „neposlušné“ hodnoty.

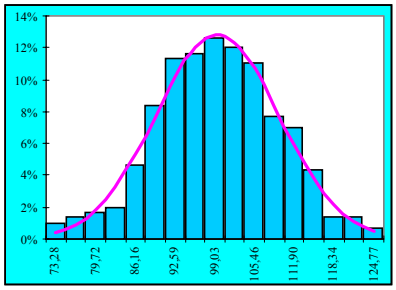
V doplnku CPK je použitých niekoľko číselných a niekoľko grafických testov. Test χ^2 je vhodný pre rozsah výberu viac ako 100 a pre hodnoty dostatocne „spojité“. D'Agostinov test je vhodný pre rozsah výberu od 30 do 100. Je však chúlostivý na nesymetrické rozdelenia, ktoré zaprícinujú vznik chýb.

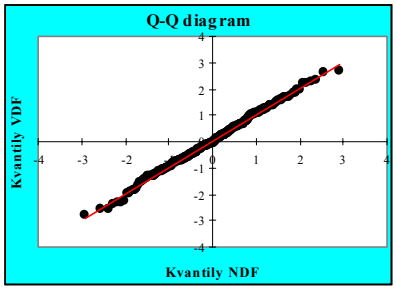
Testy Exces (špicatost, *Kurtosis*) a Asymetria (šikmost, *Skewness*) treba povazovat za doplnujúce.

Grafické testy Graf výberovej distribucnej funkcie a Q-Q diagram sú odolnejšie ako číselné testy, ale vyzadujú skúsené oko.

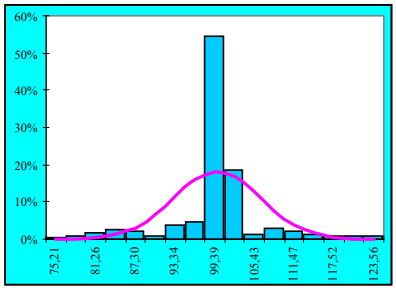
Normalita (2)

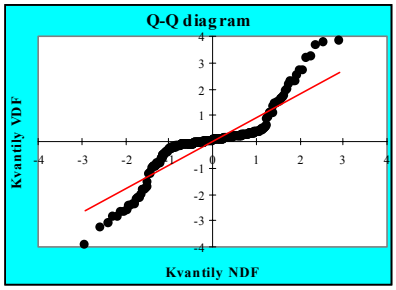
Normálne rozdelenie



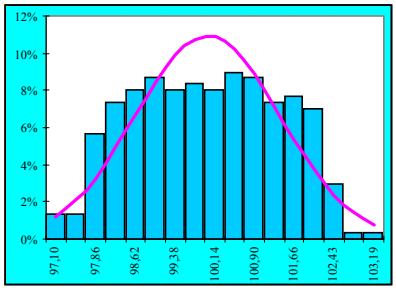


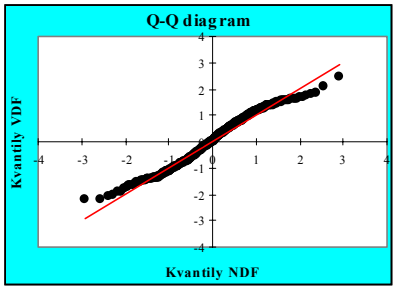
Špicaté rozdelenie



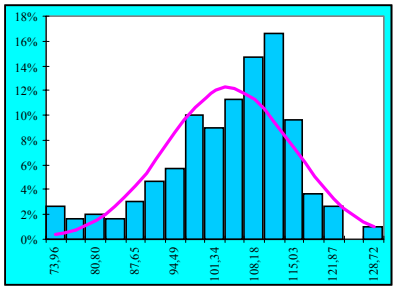


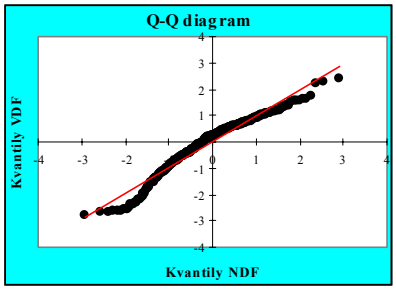
Ploché rozdelenie



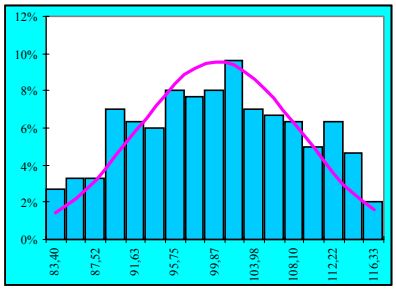


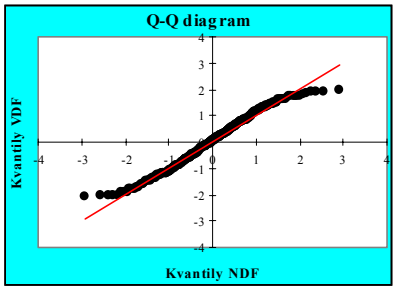
Šikmé rozdelenie





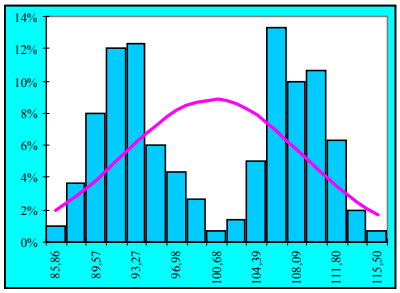
Odseknuté rozdelenie
(môže vzniknúť po testovaní)

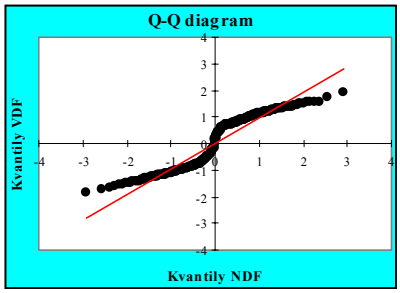




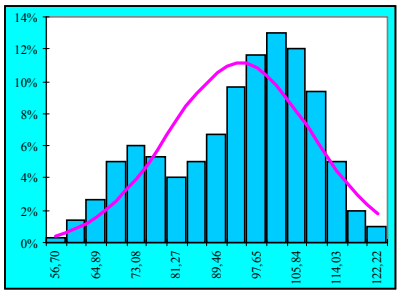
Normalita (3)

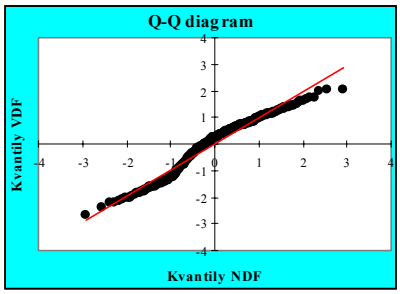
Dve oddelené rozdelenia
(hodnoty sa dajú oddeliť)



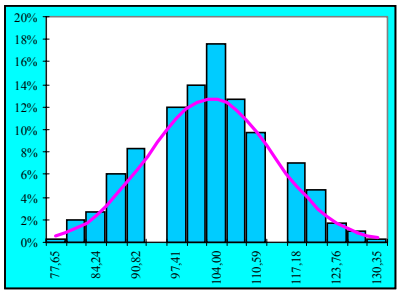


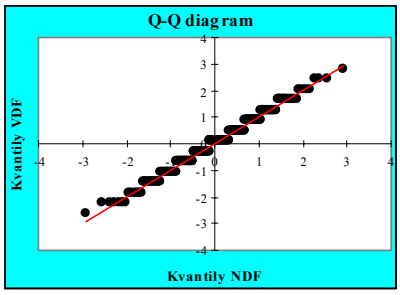
Dve zmiešané rozdelenia
(nedá sa rozhodnúť, ktorému rozdeleniu patria ktoré hodnoty)



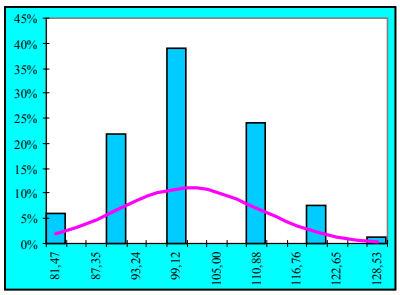


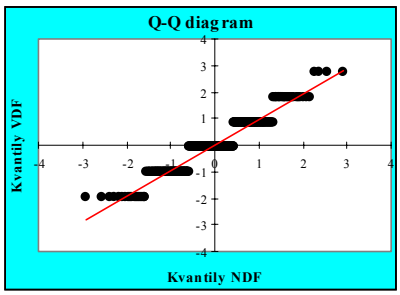
Prejav zaokrúhlenia hodnôt meraním



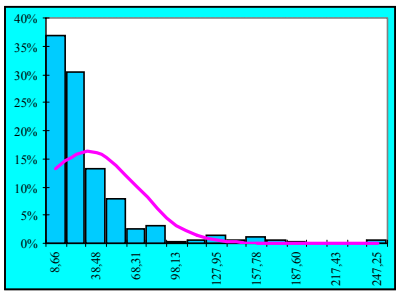


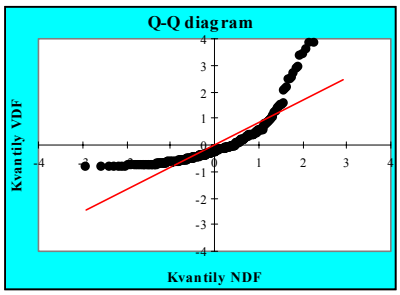
Málo nameraných úrovní
(merací prístroj príliš zaokrúhľuje, je málo citlivý)



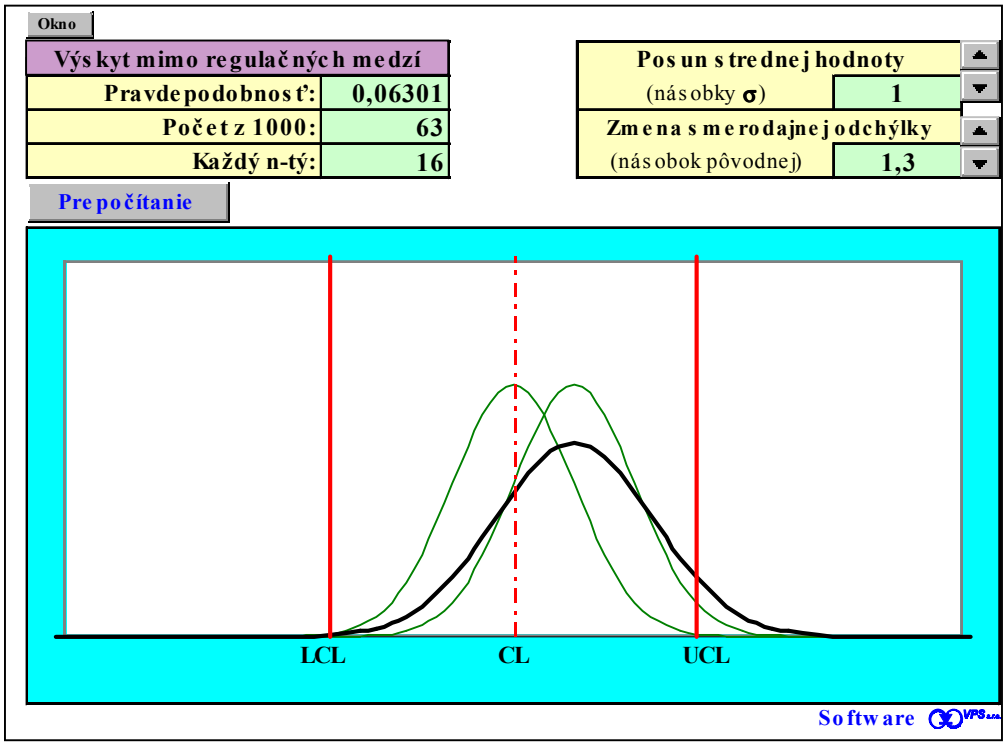


Log - normálne rozdelenie
(dá sa transformovať na normálne)





Stabilita 1

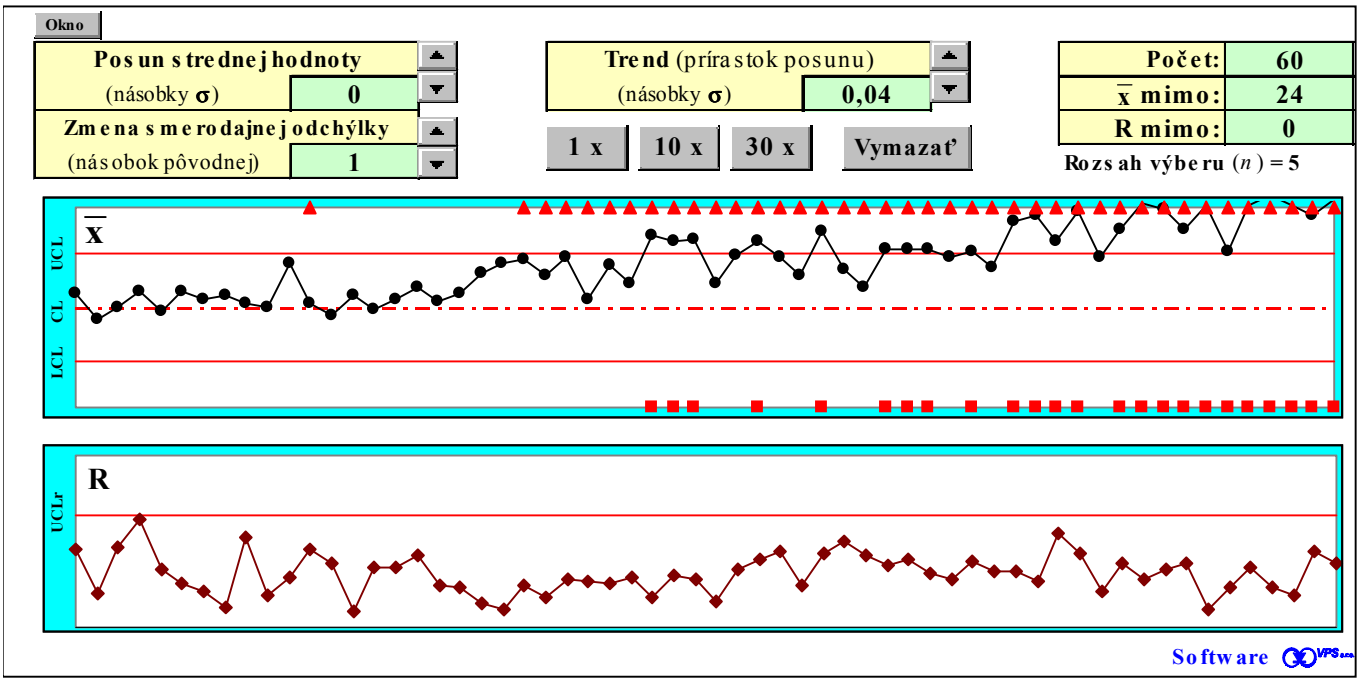


Jedným z dôležitých predpokladov pre korektnosť Cp, Cpk je štatistická stabilita (*Process in Control*) procesu. Čo to je a prečo štatistická?

Pripomeňme, že rozloženie hodnôt charakteristiky je spôsobené akýmsi spoločným účinkom mnohých malých náhodných vplyvov a že tento spoločný účinok je zákonitý a popísaný napríklad distribučnou funkciou normálneho rozdelenia. Parametre distribučnej funkcie (μ, σ) používame na výpočet iných dôležitých parametrov, napr. Cp, Cpk alebo regulačných medzí. V ideálnom prípade síce náhodné vplyvy spôsobujú neustálu zmenu aktuálnej hodnoty, ale μ a σ sa nemenia - rozdelenie sa nemení. Ak začnú v procese „pôsobiť“ rôzne vymedziteľné príčiny, spôsobujú zmenu μ a σ (mení sa rozdelenie).

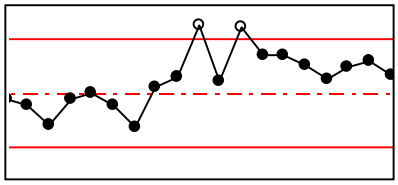
Štatistická stabilita teda znamená stabilitu rozdelenia procesu. Úlohou štúdie štatistickej stability je zistiť, či sa rozdelenie v čase mení alebo nie.

Stabilita 2

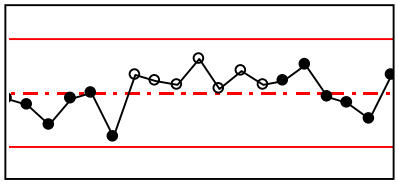


Štatistickú stabilitu skúmame pomocou regulačného diagramu. V dostatočne veľkom časovom intervale (vzhľadom k možným nestabilitám) nazbierame hodnoty aspoň z 26 výberov a vypočítame regulačné medze[8, 9]. V regulačnom diagrame potom zisťujeme prejavy nestability:

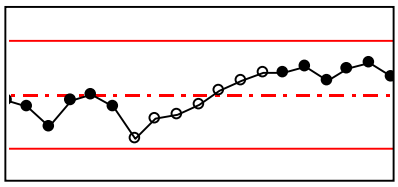
– body mimo regulačných medzí



– patterny
  - 7 za sebou nasledujúcich bodov nad centrálnou priamkou
  - 7 za sebou nasledujúcich bodov pod centrálnou priamkou

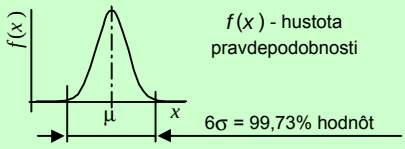


  - 7 za sebou nasledujúcich bodov v stúpajúcom rade
  - 7 za sebou nasledujúcich bodov v klesajúcom rade



V niektorých technologických procesoch, hlavne v takzvaných „várkových“, sa môže prejaviť existencia ďalšieho zdroja variability procesu - variabilita medzi várkami. To sa prejaví tým, že ak vypočítame regulačné medze pre výberové priemery z výberových rozpätí pomocou konštanty A_2 , proces sa prejaví ako nestabilný. Doplnok CPK tento jav signalizuje p-hodnotou menšou ako zvolená hladina α (v záhlaví regulačného diagramu pre druhú stranu). Takýto stav vyžaduje hlbšiu analýzu problému.

1 Normálne rozdelenie (Gaussova krivka) - N(μ,σ²)



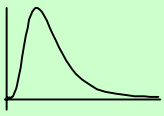
$f(x)$ - hustota pravdepodobnosti

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

μ - stredná hodnota

σ - smerodajná odchýlka

2 Logaritmické normálne rozdelenie (Lognormálne)



Lognormálne rozdelenie je možné transformovať na normálne rozdelenie. Ak hodnoty x_i pochádzajú z lognormálneho rozdelenia, potom hodnoty **Ln(x_i)** pochádzajú z normálneho rozdelenia. Základom všetkých ďalších výpočtov (odhady μ, σ, Cp, Cpk, UCL, LCL atď.) sú logaritmované hodnoty, teda aj **Ln(LSL)**, **Ln(USL)** a i. Takto vypočítané parametre nie sú parametrami pôvodného rozdelenia a spätná transformácia je nemožná.

3 Bodový odhad strednej hodnoty μ

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Bodový odhad smerodajnej odchýlky σ

$$\hat{\sigma} = s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

4 Indexy spôsobilosti Cp, Cpk

LSL - dolná medzná hodnota (Lower Specification Limit)

USL - horná medzná hodnota (Upper Specification Limit)

$$Cp = \frac{USL - LSL}{6\times\sigma}$$

$$Cpk = \frac{\min(USL-\mu;\ \mu-LSL)}{3\times\sigma}$$

5 Index spôsobilosti Cpm

$$Cpm = \frac{USL - LSL}{6\times\sigma_T}$$

$$\hat{\sigma}_T = s_T = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - T)^2} = \sqrt{s^2 + (T-\bar{x})^2}$$

T - cieľová hodnota (Target)

6 R&R - opakovateľnosť a reprodukovateľnosť meracieho systému

$$R\&R = 5{,}15\times\sigma_m$$

$$\%R\&R = \frac{R\&R}{5{,}15\times\sigma_p}\times 100$$ Výpočet vhodný pre procesy s **Cp > 1**

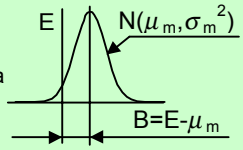
$$\%R\&R = \frac{R\&R}{USL - LSL}\times 100$$ Výpočet vhodný pre procesy s **Cp < 1**

***σ*m** - smer. odchýlka meracieho systému

***σ*p** - smer. odchýlka procesu (proces s vplyvom meracieho systému)

7 K definícii správnosti (B)

Správnosť je záporná, keď je stredná hodnota meraní väčšia ako hodnota etalónu a naopak, kladná, keď je stredná hodnota meraní menšia ako hodnota etalónu.



B - správnosť meracieho prístroja

E - hodnota etalónu

***μ*m** - stredná hodnota meraní

***σ*m** - smerodajná odchýlka meraní

Keď je správnosť záporná, namerané hodnoty sú v priemere väčšie ako skutočné!

8 Regulačné medze pre výberový priemer

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad \bar{\bar{x}} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\bar{x}_i \qquad s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{k-1}\sum_{i=1}^{k}(\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2}$$

$$\bar{R} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} R_i$$

CL - centrálna priamka (Central Line)
LCL - dolná regulačná medza (... Control ...)
UCL - horná regulačná medza

$$CL = \bar{\bar{x}}$$

Pre viac zdrojov variability

$$LCL = \bar{\bar{x}} - 3\times s_{\bar{x}}$$
$$UCL = \bar{\bar{x}} + 3\times s_{\bar{x}}$$

Pre jeden zdroj variability

$$LCL = \bar{\bar{x}} - A_2\times\bar{R}$$
$$UCL = \bar{\bar{x}} + A_2\times\bar{R}$$

9 Regulačné medze pre výberové rozpätie

$$s_R = \sqrt{\frac{1}{k-1}\sum_{i=1}^{k}(R_i - \bar{R})^2}$$

Pre viac zdrojov variability

$$LCLr = \bar{R} - 3\times s_R \quad \text{pre} \quad n > 6$$
$$UCLr = \bar{R} + 3\times s_R$$

Pre jeden zdroj variability

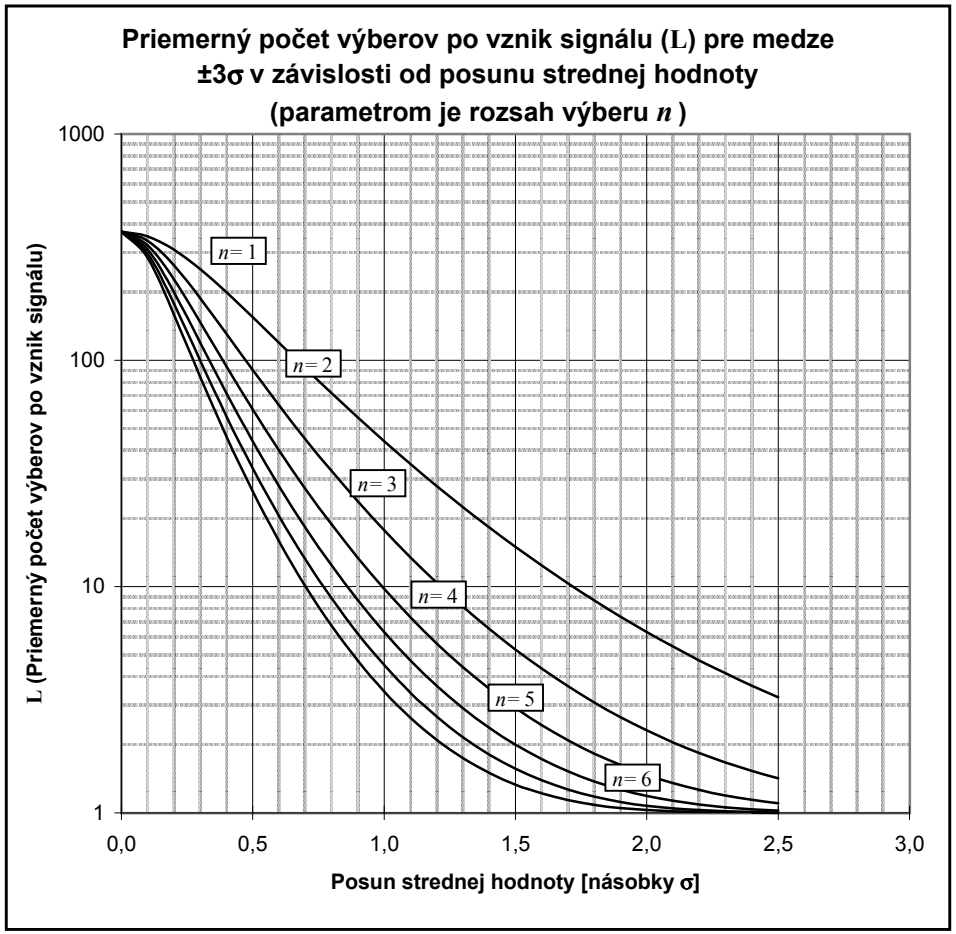
$$LCLr = D_3\times\bar{R} \quad \text{pre} \quad n > 6$$
$$UCLr = D_4\times\bar{R}$$

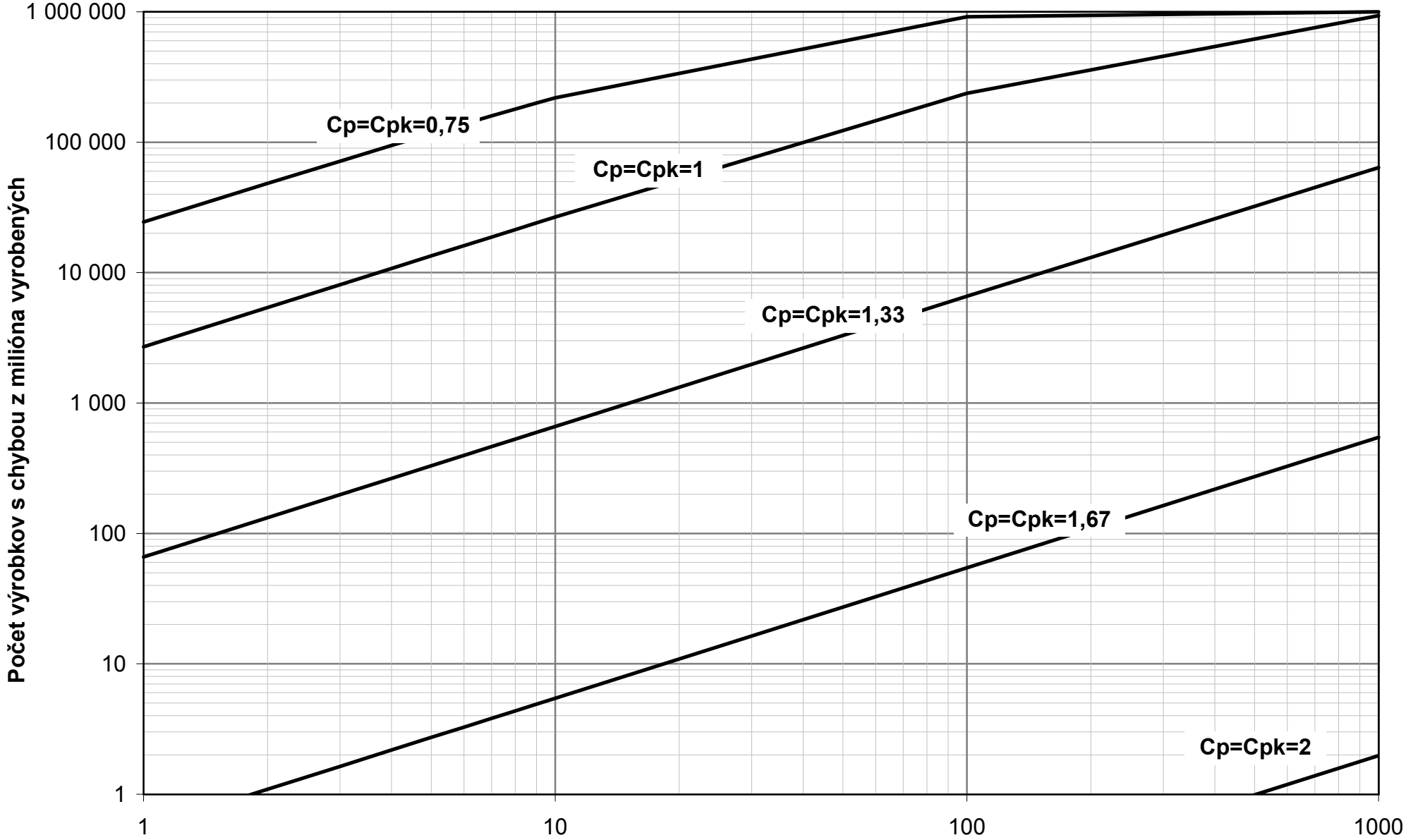
n - rozsah výberu ***k*** - počet výberov

V regulačnom diagrame pre výberový priemer s medzami ±3σ sa vyskytne bod mimo regulačných medzí (signál) v priemere po L výberoch. Hodnoty L pre rôzny posun strednej hodnoty a rôzne rozsahy výberov sú v tabuľke. Závislosť L od posunu strednej hodnoty s parametrom -Rozsah výberu- je znázornená v grafe.

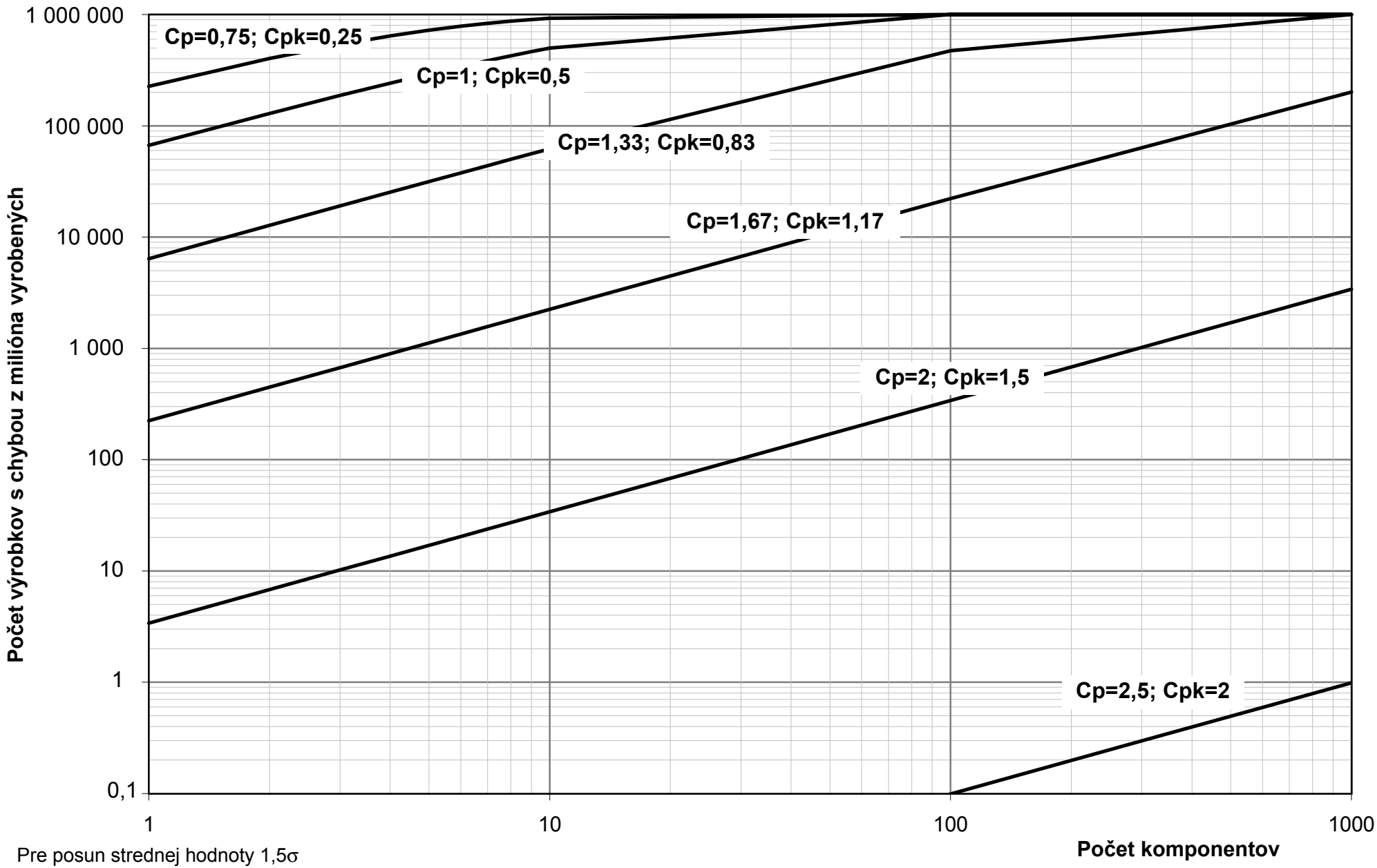
L		Rozsah výberu					
		1	2	3	4	5	6
Posun strednej hodnoty [násobky σ]	0,0	370	370	370	370	370	370
	0,1	353	337	322	308	296	284
	0,2	308	263	228	200	178	159
	0,3	253	188	148	120	100	84
	0,4	200	131	94	72	57	46
	0,5	155	91	61	44	33	26
	0,6	120	63	40	28	21	16
	0,7	92	45	27	18	13	10
	0,8	72	32	19	12	9	7
	0,9	56	24	13	9	6	5
	1,0	44	18	10	6	4	3
	1,1	35	13	7	5	3	3
	1,2	28	10	6	4	3	2
	1,3	22	8	4	3	2	2
	1,4	18	7	4	2	2	2
	1,5	15	5	3	2	2	1
	1,6	12	4	2	2	1	1
	1,7	10	4	2	2	1	1
	1,8	9	3	2	1	1	1
	1,9	7	3	2	1	1	1
	2,0	6	2	1	1	1	1
	2,1	5	2	1	1	1	1
	2,2	5	2	1	1	1	1
	2,3	4	2	1	1	1	1
	2,4	4	2	1	1	1	1
	2,5	3	1	1	1	1	1

Hodnoty v tabuľke sú zaokrúhlené na celé čísla.





Pre posun strednej hodnoty 0σ - centrovaný proces



Pre posun strednej hodnoty 1,5σ